



Адаптация макроэкономических моделей к современным условиям: тестирование новых подходов к экономической политике и оценка меняющихся взаимосвязей

9 февраля 2026

Вотинов Антон Игоревич
ЦМИ НИФИ Минфина

Адаптация DSGE-моделей к новой реальности

Переоценка
коэффициентов

Добавление
механизмов

Кризисы – основной импульс развития DSGE-моделей:

- 1) 2008-2009 годы – финансовые несовершенства, гетерогенизация потребления (HANK).
- 2) COVID и ресурсные шоки 2022 года – гетерогенизация производства (HANK-IO) и инфляционных ожиданий.

Зачем нужна многосекторальная DSGE-модель?

- 1) Экономика России за последние 5-6 лет испытала несколько сильных отраслевых по своей природе шоков.
- 2) Фискальная политика имеет более выраженный секторальный окрас, чем денежно-кредитная.
- 3) У чиновников есть запрос на отраслевой анализ, а также на «реалистичность» моделей.
- 4) Влияние параметров межотраслевого взаимодействия на фискальную политику не изучено, в то время как исследования показывают, что есть влияние на трансмиссию ДКП.

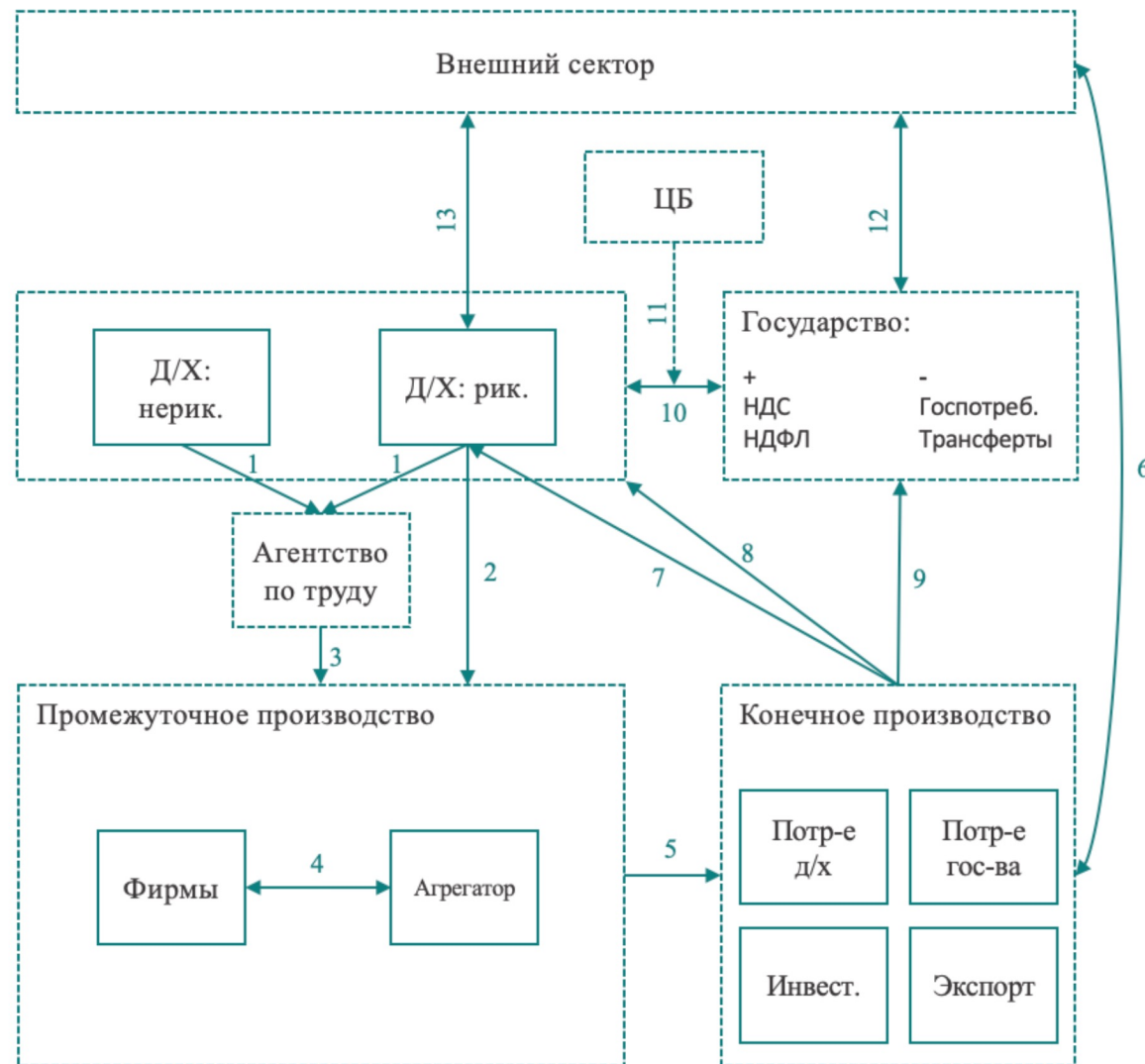
Многосекторальная DSGE-модель ЦМИ НИФИ – стартовая точка

Долгое время мы развивали DSGE-модель, которая достаточно подробно описывает инструменты фискальной политики:

- Налоговые инструменты (налоги на труд, потребление, прибыль, капитал и т.п.).
- Несколько видов расходов (трансферты, инвестиции, госпотребление).
- Бюджетные правила (ФНБ, долг).

В модели учтены современные виды жесткостей:

- Номинальные (цены и заработные платы по Ротембергу).
- Реальные (привычки в потреблении, подстройка инвестиций, внешний долг, загрузка капитала и т.п.).



Многосекторальная DSGE-модель ЦМИ НИФИ – подход

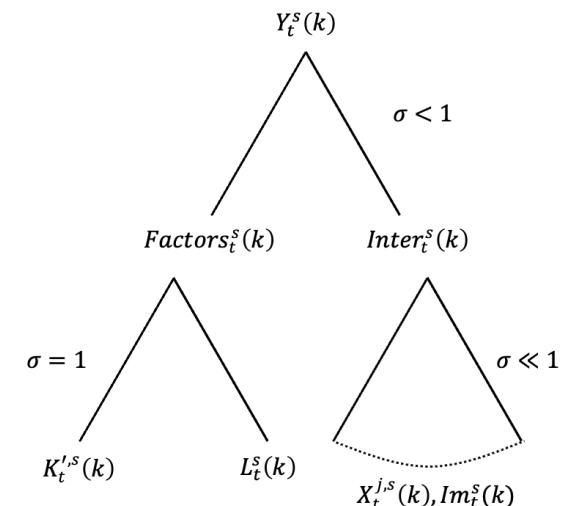
Вместо классической функции Кобба-Дугласа используется каскад CES-функций с возможностью промежуточного потребления.

$$Y_t^s(k) = \xi_t^{A^s} A^s \left[\alpha_{KL}^s (Factors_t^s(k))^{\rho^s} + (1 - \alpha_{KL}^s) (Inter_t^s(k))^{\rho^s} \right]^{1/\rho^s}$$

$$Factors_t^s(k) = A^{K,s} \left(K_t^{l,s}(k) \right)^{\nu^{K,s}} \left(A_t L_t^s(k) \right)^{1-\nu^{K,s}}$$

$$Inter_t^s(k) = A^{Int,s} \left[\sum_{j=1}^s \alpha_{M,j} (X_t^{j,s}(k))^{\rho_{In}^s} + \alpha_{Im} (Im_t^s(k))^{\rho_{In}^s} \right]^{1/\rho_{In}^s}$$

Схема производственной функции к-й фирмы в отрасли s



Производство конечной продукции

$$X_t = A^X \left[\sum_{j=1}^s \alpha_X^s (X_t^{j,X})^{\rho^X} + (1 - \sum \alpha_X^s) (Im_t^X)^{\rho^X} \right]^{1/\rho^X}$$

Баланс отечественной продукции

$$Y_t^s = \sum_{j=1}^s X_t^{s,j} + \sum_{X \in \{C,G,I,Ex\}} X_t^{s,X} + \frac{\psi^{P,s}}{2} \left(\frac{P_t^s}{P_{t-1}^s} - e^{\pi_{ss}} \right)^2 Y_t^s$$

Баланс импортной продукции

$$Im_t = \sum_{j=1}^s Im_t^s + \sum_{X \in \{C,G,I,Ex\}} Im_t^X + \frac{\psi^M}{2} \left(\frac{P_t^{Im}}{P_{t-1}^{Im}} - e^{\pi_{ss}} \right)^2 Im_t$$

С помощью CES-функций можно моделировать степень взаимозаменяемости товаров, что позволяет описывать реальные производственные процессы.

Многосекторальная DSGE-модель ЦМИ НИФИ – проблемы

Добавление в DSGE-модель n секторов – это добавление n^2 переменных и параметров. Для работы с моделью нужно решить несколько технических проблем.

1) Механизм распределения факторов.

- $K_t^s(j) = (1 - \delta)K_{t-1}^s(j) + I_t^s(j)\zeta_t^I \left(1 - \frac{\psi^{I,s}}{2} \left(\frac{I_t^s(j)}{I_{t-1}^s(j)e^{\mu_t^I}} - 1 \right)^2 \right); I_t(j) = \sum_{s=1}^S I_t^s(j).$
- CET-дезагрегация труда: $\max \sum_{j=1}^S W_t^j L_t^j; L_t = CET(L_t^s; \sigma_{CET}^L).$

2) Алгоритм калибровки структурных параметров на основе ТЗВ/ ТРИ.

- Предложен подход к калибровке параметров структуры межсекторального взаимодействия на основе данных межотраслевого баланса, который может быть применен для произвольного количества секторов. Подход может быть использован в том числе на несбалансированных данных.

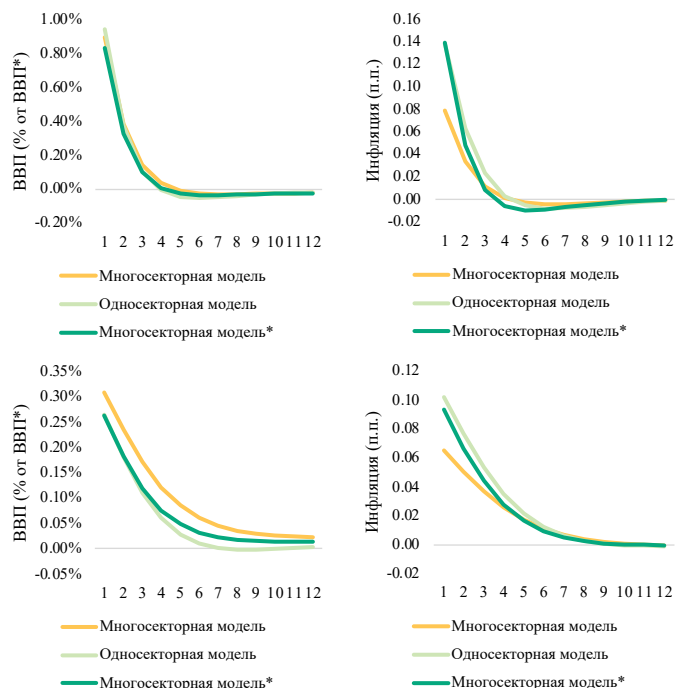
3) Поиск стационарного состояния DSGE-модели аналитически.

- Предложен подход к поиску стационарного состояния модели в аналитическом виде. Предложена модификация подхода, предполагающая упрощение решения задачи за счет добавления оптимизации по одной переменной. Показано, что данный алгоритм работает для широкого класса классических DSGE-моделей, а также дана оценка скорости работы относительно численных методов.

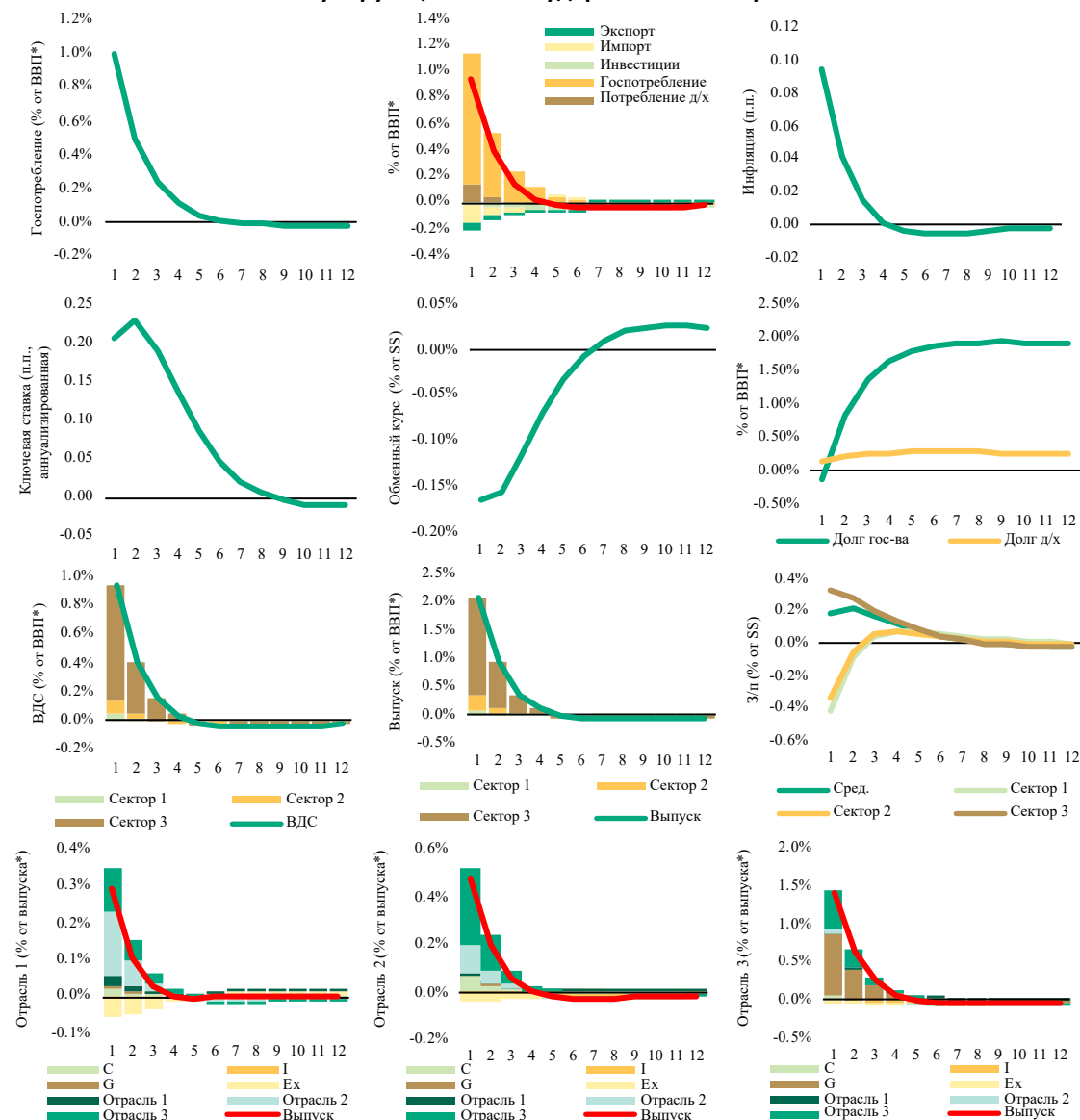
Многосекторальная DSGE-модель ЦМИ НИФИ – результаты

- Добавление в модель межсекторального взаимодействия позволяет анализировать влияние общих шоков (например, ключевой ставки) на экономику в секторальном разрезе, а также изучать влияние исключительно секторальных шоков.
- Добавление промежуточного потребления делает кривую Филлипса более полой, из-за чего один и тот же шок приводит к меньшей реакции инфляции.
- При прочих равных, чем больше доля «sticky» издержек, тем более «sticky» будут сами цены.
- Если скорректировать жесткость цен в соответствии с «интегральной жесткостью» экономики, графики IRF становятся ближе, но все равно различаются.

Сравнение графиков функции импульсного отклика для односекторной и многосекторной моделей (шок госпотребления сверху, шок ключевой ставки снизу)



Стимулирующий шок государственного потребления



Адаптация DSGE-моделей к новой реальности – 2

Переоценка
коэффициентов

Добавление
механизмов

Любая DSGE-модель – это решение микрообоснованных задач агентов с «deep parameters».

Параметры можно условно разделить на три группы:

- *Поведенческие* – «deep parameters» из задач потребителей/ производителей.
Например: параметры жесткости, эластичность предложения труда и т.п.
- *Структурные* – макроэкономическая структура моделируемой экономики.
Например: доля импортной продукции в производственных процессах.
- *Эконом. политики* – реакция ДКП или НБП на шоки.
Например: реакция ДКП на инфляцию.

Если «поведенческие» параметры считаются устойчивыми и неизменными, то «структурные» и в особенности «политические» могут меняться разово и слабо поддаются эконометрическому оцениванию.

Оценка параметров правила Тейлора

Возьмем простое правило Тейлора из работы (Лысенко, Полбин, 2023):

$$key_t = \rho key_{t-1} + (1 - \rho)(r^* + \phi(\pi_t - 4\%)) + \varepsilon_t$$

Период	ρ	r^*	ϕ
2016 Q1 - 2022 Q2 (Лысенко, Полбин)	0.8	6%	1.84
2016 Q1 - 2022 Q2	0.78	6.7%	1.14
2016 Q1 - 2025 Q3	0.97	14.5%	0.45

Оценить это уравнение на данных после 2022 простыми методами невозможно: разная природа шоков инфляции, более агрессивная политика БР в 24-25 годах.

В КПМ модели ДДКП правило Тейлора реализовано с «переключением» на жесткий режим:

```
!if monetary_hard == true  
  gamma2 = 1.9  
!else  
  gamma2 = 1.5;  
!end
```

$$i_t = \rho_i i_{t-1} + (1 - \rho_i)(i_t^n + \varphi_\pi(\mathbb{E}_t \tilde{\pi}_{4t+3} - \mathbb{E}_t \bar{\pi}_{4t+3}) + \varphi_y \hat{y}_t) + \varepsilon_t^i,$$

$$i_t^n = \bar{r}_t + \mathbb{E}_t \tilde{\pi}_{4t+3},$$

Резюме

- Адаптация моделей к новым условиям идет двумя путями: добавлением новых механизмов и обновлением (параметризации) старых.
- В условиях сильных (и разных) структурных шоков и корректировки экономической политики идентифицировать параметры на данных может быть затруднительно. Зачастую необходимо прибегать к калибровке.
- Структурные DSGE-модели слишком сложны для оперативной подстройки. Но нужно добавлять новые механизмы.
- Эконометрические методы оценки не позволяют оперативно корректировать параметры.
- Оптимальная комбинация: полуструктурные (a-la QPM) модели для среднесрочного прогнозирования, Restricted OLS для дезагрегации прогноза, наукастинг для краткосрочного прогнозирования.



Научно-исследовательский
финансовый институт



127006, г. Москва,
Настасьинский пер., д. 3, стр. 2



+7 (495) 699-74-14



avotinov@nifi.ru



www.nifi.ru

Литература – многосекторальные модели

1. В (Jay, 1961) описан **«эффект хлыста»** – один и тот же шок, но в разных частях цепочки создания стоимости, имеет разное влияние на агрегированный выпуск.
2. Работа (Hulten, 1978) является одной из первых, где сопоставляется волатильность агрегированного выпуска с выпуском отраслей: совокупная волатильность в экономике связана с отраслевой волатильностью, взвешенными по доле в продажах.
3. В (Long & Plosser, 1983) была описана одна из первых многосекторальных RBC-моделей общего равновесия.
4. (Acemoglu, Carvalho, Ozdaglar, & Tahbaz-Salehi, 2012) – на волатильность экономики влияет **структура связей между отраслями**. Чем симметричнее связаны отрасли, тем ниже волатильность.
5. В (Basu, 1995) показано, что **доля промежуточного потребления** в производственном процессе влияет на связь между отраслевым шоком производительности и совокупным выпуском: чем выше доля, тем сильнее реакция выпуска.
6. В (Baqae & Farhi, 2019) были получены результаты, свидетельствующие о том, что межсекторальная структура и ее свойства влияют не только на волатильность, но и на трансмиссионный механизм шоков. Влияет структура, **эластичность замещения** между продукцией, **положение отрасли** в цепочке создания стоимости.
7. В (Baqae, Farhi, & Sangani, 2023) показано, что шок монетарной политики приводит к **эндогенному шоку производительности**: факторы перераспределяются в сторону наиболее эффективных отраслей, из-за чего растет средняя производительность в экономике.
8. **Гетерогенность** по параметрам **жесткостей цен и монополистическим надбавкам** влияет на трансмиссию: (Nakamura & Steinsson, 2010), (Pasten, Schoenle, & Weber, 2017), (Baqae & Farhi, 2020).
9. В российской практике чаще всего экономика представлена одним сектором. (Вотинов & Елкина, 2018), (Полбин, 2014), (Крепцев & Селезнев, 2018), (Иващенко, 2019), (Иващенко, 2013))
10. Наиболее развитая структура предполагает наличие двух секторов – торгуемого и неторгуемого, а также экзогенной добычи нефти (является фактором для торгуемого и неторгуемого секторов). (Шульгин А. Г., 2014), (Шульгин А. Г., 2017), (Полбин, 2013), (Дробышевский & Полбин, 2015)
11. В (Зубарев & Полбин, 2016) также есть сектор производства нефтепродуктов: добытая нефть идет на экспорт и на производство нефтепродуктов, нефтепродукты – фактор производства торгуемого и неторгуемого секторов.
12. В (Андреев & Нелюбина, 2024) два энергетических сектора (условно «коричневый» и «зеленый» сектора) и один производственный сектор, фирмы в котором помимо труда и капитала также используют агрегат «энергия».
13. В (Иващенко, 2016) и (Иващенко, 2020) представлена межсекторальная структура с «циклами» (товары без ограничений могут использоваться в производстве друг друга).

Базовая версия модели

Основные характеристики модели:

1. Два типа домашних хозяйств – рикардианские (владеют факторами, имеют доступ к финансовым рынкам) и нерикардианские (работают и едят).
2. Континуум производителей-монополистов промежуточной продукции и импортеров.
3. Производители конечных товаров используют отечественные и импортные составляющие.
4. Развитый фискальный сектор: различные налоги и расходные инструменты.
5. Стандартный Центральный банк.
6. Взаимодействие с внешним сектором.

Базовая версия модели – шоки

Далее почти все шоки в модели определяются через авторегрессионные процессы ζ_t^X с параметром ρ_X .

$$\ln(\zeta_t^X) = \rho_X \ln(\zeta_{t-1}^X) + e_t^X, \quad e_t^X \sim \mathcal{N}(0, \sigma_X^2)$$

В настоящий момент в модели один источник нестационарности – технологический процесс A_t , динамика которого определяется следующим правилом:

$$\ln\left(\frac{A_t}{A_{t-1}}\right) = \mu_t^A = \rho_{\mu^A} \mu_{t-1}^A + (1 - \rho_{\mu^A}) \mu_{SS}^A + e_t^{\mu^A}$$

Базовая версия модели – рикардианцы – 1

Рикардианские домашние хозяйства владеют всеми активами в экономике. Максимизируют следующую функцию полезности:

$$\max \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \zeta_{t+s}^{\beta} \left(\ln(C_{t+s}^R(j) - \theta C_{t+s-1}^R) - \chi^R \zeta_{t+s}^{L,R} \frac{(L_{t+s}^R(j))^{1+\sigma_L}}{1+\sigma_L} \right)$$

При этом д/х могут инвестировать в капитал в соответствии со следующим правилом:

$$K_t(j) = (1 - \delta)K_{t-1}(j) + I_t(j)\zeta_t^I \left(1 - \frac{\psi^I}{2} \left(\frac{I_t(j)}{I_{t-1}(j)e^{\mu_t^Y}} - 1 \right)^2 \right)$$

Также предполагается, что у д/х есть власть на рынке труда. Д/х может влиять на уровень своей заработной платы, а функция спроса формируется специальным агентством по трудоустройству:

$$L_t^R(j) = \left(\frac{W_t^R(j)}{W_t^R} \right)^{-\eta^L} L_t^R$$

$C_t^R(j)$ – потребление j-го домохозяйства; C_t^R – агрегированное потребление рикардианцев; $L_t^R(j)$ – количество трудовых часов j-го д/х; $K_t(j)$ – запас капитала, $I_t(j)$ – уровень инвестиций; ζ_t^I – шок предельной эффективности инвестиций; $W_t^R(j)$ – зарплата j-го рикардианского д/х; W_t^R – средняя заработная плата рикардианцев; L_t^R – объем трудовых ресурсов рикардианских д/х.

Базовая версия модели – рикардианцы – 2

Баланс рикардианского домашнего хозяйства выглядит следующим образом:

$$Rev_t^R(i) = (1 - \tau^W)W_t^R(j)L_t^R(j) + R_t^K K_{t-1}(j) + \Pi_t(j) + (R_{t-1}^G - 1)B_{t-1}^G(i)$$

$$Exp_t^R(i) = (1 + \tau^C)P_t^C C_t^R(j) + P_t^I I_t(j) + Tr_t^R(j) + e_t Tr_t^{*,R}(j) + e_t (R_{t-1}^* - 1)B_{t-1}^*(j) + \frac{\psi^L}{2} \left(\frac{W_t^R(j)}{W_{t-1}^R(j)} - e^{\mu_{ss}^W} \right)^2 W_t^R L_t^R$$

Разница между доходами и расходами д/х идет на покупку внутренних облигаций и выпуск зарубежного займа:

$$Rev_t^R(i) - Exp_t^R(i) = B_t^G(j) - R_{t-1}^G B_{t-1}^G(j) - e_t B_t^*(j) + e_t R_{t-1}^* B_{t-1}^*(j)$$

Rev_t^R – доходы рикардианского д/х; Exp_t^R – расходы рикардианского д/х; τ^W – ставка налога на труд; R_t^K – норма доходности капитала; Π_t – прибыль; B_t^G – государственные облигации со ставкой R_t^G ; τ^C – ставка налога на потребление; P_t^C – цена потребительского товара; C_t^R – уровень потребления рикардианского д/х; P_t^I – цена инвестиционного товара; Tr_t^R – аккордный налог на рикардианские д/х; e_t – курс иностранной валюты в национальной; $Tr_t^{*,R}$ – трансферт зарубеж; B_t^* – заимствования зарубежом в иностранной валюте по ставке R_t^* .

Базовая версия модели – нерикардянцы

Нерикардянские домашние хозяйства ничем не владеют... Максимизируют следующую функцию полезности:

$$\max \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \zeta_{t+s}^{\beta} \left(\ln (C_{t+s}^{NR}(j')) - \chi^{NR} \zeta_{t+s}^{L, NR} \frac{(L_{t+s}^{NR}(j'))^{1+\sigma_L}}{1+\sigma_L} \right)$$

Также предполагается, что у д/х есть власть на рынке труда. Д/х может влиять на уровень своей заработной платы, а функция спроса формируется специальным агентством по трудоустройству:

$$L_t^{NR}(j') = \left(\frac{W_t^{NR}(j')}{W_t^{NR}} \right)^{-\eta^L} L_t^{NR}$$

Баланс выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} & (1 - \tau^W) W_t^{NR}(j') L_t^{NR}(j') + Tr_t^{NR}(j') + e_t Tr_t^{*,NR}(j') \\ & = (1 + \tau^C) P_t^C C_t^{NR}(j') + \frac{\psi^L}{2} \left(\frac{W_t^{NR}(j)}{W_{t-1}^{NR}(j)} - e^{\mu_{ss}^W} \right)^2 W_t^{NR} L_t^{NR} \end{aligned}$$

Базовая версия модели – фирмы-упаковщики

Как будет показано далее, в экономике функционирует несколько секторов, в каждом из которых континуум фирм. Для каждого сектора есть агент-агрегатор, который покупает товары у каждой фирмы, после чего агрегирует в один товар, который продается на конкурентном рынке. Решением задачи этого агента будет следующая функция спроса:

$$Y_t(k) = \left(\frac{P_t(k)}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t$$

Аналогичная функция спроса для импортеров:

$$Im_t(k') = \left(\frac{P_t^M(k')}{P_t^M} \right)^{-\eta^M} Im_t$$

$Y_t(k)$ – выпуск k -й фирмы; Y_t – агрегированный выпуск; $P_t(k)$ – цена продукции k -й фирмы; P_t – агрегированная цена; $Im_t(k')$ – импорт k' -го импортера; Im_t – агрегированный импорт; $P_t^M(k')$ – цена на импортный товар k' -го импортера; P_t^M – агрегированная цена импортного товара.

Базовая версия модели – промежуточные фирмы

В экономике функционирует континуум производителей, каждый из которых индексируется индексом k . Производственная функция принимает следующим вид:

$$Y_t(k) = \xi_t^A (K'_t(k))^\alpha (A_t L_t(k))^{1-\alpha}$$

Задача фирмы стандартная:

- 1) Минимизировать издержки с учетом заданного объема спроса.
- 2) Максимизировать прибыль с учетом издержек ценообразования.

$$\max NPV_t(k) = \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \Pi_{t+s}(k)$$

$$\Pi_t(k) = (P_t(k) - MC_t) Y_t(k) - \frac{\psi^P}{2} \left(\frac{P_t(k)}{P_{t-1}(k)} - e^{\pi_{ss}} \right)^2 P_t Y_t$$

$K'_t(k)$ – объем капитала, арендованный k -й фирмой; λ_t – множитель Лагранжа по бюджетному ограничению рикардианского домашнего хозяйства; MC_t – предельные издержки.

Базовая версия модели – конечные товары и импортеры

Импортеры покупают товары за рубежом по цене P_t^* и продают внутри экономики по цене P_t^{Im} . Задача в целом аналогична задаче промежуточных производителей:

$$\max NPV_t^{Im}(k') = \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \frac{\lambda_{t+s}}{\lambda_t} \Pi_{t+s}^{Im}(k')$$

$$\Pi_t^{Im}(k') = (P_t^{Im}(k') - e_t P_t^*) Im_t(k') - \frac{\psi^M}{2} \left(\frac{P_t^{Im}(k')}{P_{t-1}^{Im}(k')} - e^{\pi_{ss}^{Im}} \right)^2 P_t^{Im} Im_t$$

Производители конечного товара (X_t) агрегируют товары из промежуточных отечественных (X_t^D) и импортных (Im_t^X) в соответствии со следующей функцией:

$$X_t = (X_t^D)^{\alpha^X} (Im_t^X)^{1-\alpha^X}$$

P_t^* – цена зарубежного товара в иностранной валюте.

Базовая версия модели – внешний сектор

Правило определения спроса на экспортную продукцию:

$$Ex_t = \left(\frac{P_t^{Ex}}{e_t P_t^*} \right)^{-\eta^{Ex}} \xi_t^{Ex} Y_t^*$$

Чувствительность процентной ставки к долговой нагрузке:

$$R_t^* = R_{ss}^* e^{\phi^* \left(\frac{B_t^* e_t}{GDP_t} - b_{ss}^{Total,*} \right)}$$

Платежный баланс:

$$Im_t P_t^* + B_{t-1}^* R_{t-1}^* + Tr_t^{R,*} = \frac{Ex_t P_t^{Ex}}{e_t} + B_t^* + Tr_t^{NR,*}$$

Ex_t – объем экспорта; P_t^{Ex} – цена экспортной продукции; Y_t^* – динамика зарубежного выпуска; ξ_t^{Ex} – шок зарубежного выпуска; GDP_t – уровень номинального ВВП.

Базовая версия модели – фискальная и монетарная политика

Государство собирает налог на потребление и труд, получает трансферт от рикардянцев. Тратит деньги на государственное потребление и трансферт нерикардянцам. Все это финансируется за счет внутреннего долга.

$$(\tau^C P_t^C C_t + \tau^W W_t L_t + Tr_t^R) - (P_t^G G_t + Tr_t^{NR}) = R_{t-1} B_{t-1}^G - B_t^G$$

Правило на госпотребление определяется следующим образом:

$$\frac{P_t^G G_t}{GDP_t} = \left(\frac{P_{t-1}^G G_{t-1}}{GDP_{t-1}} \right)^{\rho^G} \left(v^G e^{-\gamma^G \left(\frac{B_t}{GDP_t} - v^B \right)} \right)^{1-\rho^G} \xi_t^G$$

В настоящий момент политика Банка России сводится к простому правилу Тейлора:

$$\frac{R_t}{R_{SS}} = \left(\frac{R_{t-1}}{R_{SS}} \right)^{\rho^R} \left(\left(e^{\mathbb{E}\pi_{t+1} - \pi_{SS}} \right)^{\gamma_{CB}^{\pi}} \right)^{1-\rho^R} \zeta_t^R$$

Базовая версия модели – прочее

Выполнены следующие производственные балансы:

$$Y_t = C_t^D + G_t^D + I_t^D + Ex_t^D + \frac{\psi^P}{2} \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} - e^{\pi_{ss}} \right)^2 Y_t$$

$$Im_t = Im_t^C + Im_t^G + Im_t^I + Im_t^{Ex} + \frac{\psi^M}{2} \left(\frac{P_t^{Im}}{P_{t-1}^{Im}} - e^{\pi_{ss}} \right)^2 Im_t.$$

Базовая версия модели – параметризация

Параметр	Описание	Значение	Источник	Параметр	Описание	Значение	Источник
μ_{SS}^A	Средний темп роста производительности труда	0,375%	[1]	ψ^M	Параметр жесткости уровня импортных цен	13,02	[2]
π_{SS}	Таргетируемый уровень инфляции	1%	Банк России	η^M	Эластичность спроса фирм-упаковщиков импортных товаров по цене	6	[2]
π_{SS}^*	Таргетируемый уровень инфляции за рубежом	0,5%	Таргет ФРС	τ^W	Ставка налога на трудовые доходы	19%	[4]
θ	Привычки потребления рикардианских домашних хозяйств	0,722	[2]	τ^C	Ставка налога на потребление	16%	[4]
β	Межвременные предпочтения домашних хозяйств	0,995	-	γ^G	Реакция уровня государственного потребления на уровень государственного долга	0,05	-
σ_L	Обратная эластичность по Фришу	1,56	[3]	ϕ^*	Чувствительность внешней процентной ставки к уровню долговой нагрузки	0,01	[2]
ψ^I	Параметр жесткости подстройки уровня инвестиций	5,8	[2]	ρ^R	Зависимость процентной ставки от своего лага в правиле Тейлора	0,69	[2]
ψ^L	Параметр жесткости подстройки уровня заработной платы	72,7	[2]	γ_{CB}^π	Реакция ключевой ставки на уровень инфляции	1,7	[2]
δ	Норма амортизации капитала	0,025	-	ν^G	Доля государственного потребления в ВВП	18,1%	[5]
ψ^P	Параметр жесткости уровня внутренних цен	30,93	[2]	ν^{Ex}	Доля экспорта в ВВП	28,4%	[5]
				ν^{Im}	Доля импорта в ВВП	20,8%	[5]

[1] – Макроэкономический опрос Банка России (февраль 2024 года); [2] – Полбин, А. В., & Синельников-Мурылев, С. Г. (2023); [3] – Вотинов, А. И., & Лазарян, С. С. (2020); [4] – «Пояснительная записка "К проекту ФЗ О федеральном бюджете на 2024 год и на плановый период 2025 и 2026 годов"»; [5] – «Таблицы ресурсов и использования товаров и услуг за 2019»

Подход к калибровке многосекторной модели

При работе с многосекторной моделью количество параметров растет квадратично по количеству секторов. В работе предлагается метод калибровки структурных параметров, который обеспечивает полное соответствие со структурой исходных данных межотраслевого баланса.

Этап 1: поиск базовых соотношений напрямую из МОБ и решения DSGE:

$$v_L^s = \frac{WL^s}{\sum_j WL^j}; v^{i,s} = \frac{P^i X^{i,s}}{Inter^s}; Factors^s = TC^s - Inter^s;$$

$$\frac{TR^s}{Profits^s} = \eta^s; v^s = \frac{Factors^s}{TC^s}; v^{K,s} = \frac{R^K K^s}{Factors^s};$$

$$v_{VA}^s = \frac{VA^s}{\sum_j VA^j} = \frac{\frac{\frac{1}{\eta^{s-1} + v^s}}{(1-v^{K,s})v^s} WL^s}{\sum_j \frac{\frac{1}{\eta^{j-1} + v^j}}{(1-v^{K,j})v^j} WL^j} = \frac{\frac{\frac{1}{\eta^{s-1} + v^s}}{(1-v^{K,s})v^s} v_L^s}{\sum_j \frac{\frac{1}{\eta^{j-1} + v^j}}{(1-v^{K,j})v^j} v_L^j}; \dots$$

	1	2	3	C	I	G	Ex
1	$P^i X^{i,s}$						
2							
3							
Im	$Inter^s$						
L	WL^s						
K	$R^K K^s$	TC^s					
Profit			TR^s				

Этап 2: калибровка констант производственных функций, чтобы в стационарном состоянии цены равнялись заданным.

Например, для CES-узла: $A = \frac{1}{\prod \alpha_j^{\alpha_j}} \frac{\prod P_{ss}(j)^{\alpha_j}}{MC_{ss}}$.

Этап 3: вспомогательные соотношения для балансировки ВВП, что позволяет получить калибровку даже при изначально несбалансированных данных.

$$\frac{TR^s}{NGDP} = \frac{TR^s}{VA^s} \frac{VA^s}{\sum_j VA^j} = \frac{\eta^s}{1 + (\eta^s - 1)v^s} v_{VA}^s;$$

$$v^I = \left(\frac{e^\mu - (1-\delta)}{e^\mu - (1-\delta)} \right) \left(\sum_j \frac{v^{K,j} v^j}{\eta^{j-1} + v^j} v_{VA}^j \right);$$

$$\frac{TR^s}{NGDP} = \frac{P^S X^{S,1}}{TC^1} \frac{TC^1}{NGDP} + \dots + \frac{P^S X^{S,C}}{P^C C} \frac{P^C C}{NGDP} + \dots = v^{S,1} \frac{TC^1}{NGDP} + \dots + \alpha_C^S \frac{P^C C}{NGDP} + \dots$$

Многосекторная модель – калибровка – 1

Для калибровки параметров модели использовались симметризованные таблицы ресурсов и использования 2019 года.

Производство конечной продукции

$$X_t = A^X \left[\sum_{j=1}^s \alpha_X^s (X_t^{j,X})^{\rho^X} + (1 - \sum \alpha_X^s) (Im_t^X)^{\rho^X} \right]^{1/\rho^X}$$

Параметры для производителей конечного товара

Модельные отрасли	C	G	I	Ex
Добыча	2,9%	0,1%	3,4%	34,3%
Пром.	20,4%	0,2%	19,0%	44,6%
Услуги	61,5%	99,3%	60,2%	21,1%
Импорт	15,1%	0,4%	17,4%	0,0%

Многосекторная модель – калибровка – 2

Производство промежуточной продукции

$$Y_t^s(k) = \xi_t^{A^s} A^s \left[\alpha_{KL}^s (Factors_t^s(k))^{\rho^s} + (1 - \alpha_{KL}^s) (Inter_t^s(k))^{\rho^s} \right]^{1/\rho^s}$$

$$Factors_t^s(k) = A^{K,s} \left(K_t^{i,s}(k) \right)^{\nu^{K,s}} \left(A_t L_t^s(k) \right)^{1-\nu^{K,s}}$$

$$Inter_t^s(k) = A^{Int,s} \left[\sum_{j=1}^s \alpha_{M,j} (X_t^{j,s}(k))^{\rho_{in}^s} + \alpha_{Im} (Im_t^s(k))^{\rho_{in}^s} \right]^{1/\rho_{in}^s}$$

Параметр	Добыча	Пром.	Услуги	В среднем
----------	--------	-------	--------	-----------

$\nu^{K,s}$ 35,6% 24,2% 27,0% 27,3%

$\nu^{i,s}$

Модельные отрасли	Добыча	Пром.	Услуги	В среднем
-------------------	--------	-------	--------	-----------

Добыча 27,0% 23,2% 3,2% 13,1%

Пром. 22,8% 33,9% 17,9% 24,5%

Услуги 42,5% 28,0% 69,3% 51,0%

Импорт 7,6% 14,8% 9,6% 11,4%

Структурные параметры

Параметр	Добыча	Пром.	Услуги	В среднем
----------	--------	-------	--------	-----------

ν_L^s 6,4% 13,5% 80,1% -

ν^s 30,8% 15,6% 45,7% 35,7%

η^s 2,03 6,88 4,70 4,32

Подход к поиску стационарного состояния

Алгоритм поиска стационарного состояния для DSGE-модели:

1. В DSGE-модели с межвременной максимизацией возникает условие Эйлера, из которого получается следующее выражение: $R = e^{\mu^{PY}} / \beta$.
2. Из условия выбора между двумя активами (долг и капитал) выводится следующее условие на доходность капитала: $r^K = p^i \left(e^{\mu^Y} / \beta - (1 - \delta) \right)$.
3. Из условия первого порядка для задачи фирмы получаем: $r^K = CES'_K(K/L, 1, X/L)$.
 - В односекторной модели ($X/L = 0$) однозначно находим K/L .
 - Для многосекторной модели из базовых соотношений можем найти $X/L = f(K/L)$, а значит также находим K/L .
4. Выписываем основное макроэкономическое тождество:
 $PY = P^C C + P^G G + P^I I + P^{Ex} Ex - P^{Im} Im$.
5. Из калибровки знаем следующее: $\frac{P^G G}{PY} = v^G$; $\frac{P^{Ex} Ex}{PY} = v^{Ex}$; $\frac{P^{Im} Im}{PY} = v^{Im}$.
6. Подставим в тождество и поделим на L :
 $\frac{PY}{L} (1 + v^{Im} - v^G - v^{Ex}) = \frac{P^C C}{L} + \frac{P^I I}{L}$.
7. Из уравнения накопления капитала следует, что $I/L \propto K/L$.
8. Отсюда получаем следующую линейную зависимость C от L (с учетом того, что правильно выбраны калибровочные константы и определены цены):
 $CEs(K/L, 1, X/L)(1 + v^{Im} - v^G - v^{Ex}) = \frac{P^C C}{L} + Const K/L$
9. Из соотношения условий первого порядка задачи потребителя получаем выражение $g(C, L) = 0$.
10. Решаем систему из двух уравнений по C и L , после чего находим K , далее тривиально.

- Для получения полностью аналитического решения необходимо решить несколько сложных задач, а именно поиск X/L и решение системы из п. (10). Более того, сложность возникает в связи с «человеческим фактором» и необходимостью правильно решить десятки нелинейных уравнений.
- Если предположить некоторое значение L_0 перед пунктом (3), то можно получить два значения для переменной C : одно из баланса ВВП (пп. 4-8), другое из задачи потребителя (9). В таком случае задача поиска стационарного состояния сводится к простой численной оптимизации по одной переменной L_0 , но нет необходимости в аналитическом выводе и решении систем.
- Скорость аналитического решения для n переменных равна $O(n)$ при одной итерации, а скорость численного решения всегда сверхлинейна и требует большого количества итераций до сходимости. Количество переменных – это $O(s^2)$ от количества секторов. Наибольший выигрыш в случае использования MCMC алгоритмов, для которых необходимы сотни тысяч итераций.

Производственную функцию можно в общем виде представить как $Y = CES(K, L, X)$. В силу однородности данную функцию можно представить в следующем виде: $Y = CES(K/L, 1, X/L) \times L$; $Y'_K = CES'_K(K/L, 1, X/L)$.